

# Quille pendulaire

La conception des voiliers de course, dans un contexte de forte compétitivité sportive et technique, utilise toutes les évolutions récentes afin d'améliorer performances et sécurité. Dès les premiers stades de la conception du navire, l'architecte naval intègre les exigences des différents spécialistes qui collaborent au projet.

L'étude proposée s'intéresse à quelques aspects de la conception d'une quille pendulaire équipant un monocoque 60' IMOCA.

## 1- ANALYSE FONCTIONNELLE ET STRUCTURELLE

### 1.1 Fonction de la quille dans la dynamique d'un voilier

Le comportement dynamique d'un voilier est conditionné par ses interactions avec les deux fluides avec lesquels il entre en contact : l'air et l'eau. Il reçoit de l'énergie sous la forme des actions aérodynamiques dues au mouvement relatif air/voiles. Ces actions mécaniques le font avancer et provoquent son inclinaison autour de son axe longitudinal (axe de direction  $\vec{z}_N$  sur la figure 1). C'est le phénomène de gîte. Pour contrebalancer ce mouvement et éviter que le voilier ne se couche sur l'eau, la quille joue le rôle de contrepoids. Cette quille est généralement constituée d'un voile immergé dans l'eau à l'extrémité duquel se trouve un lest profilé.

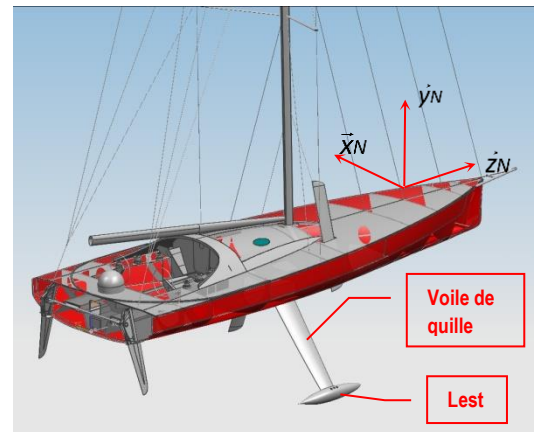


Figure 1 : Voilier 60' IMOCA – Image Cabinet Finot-Cona

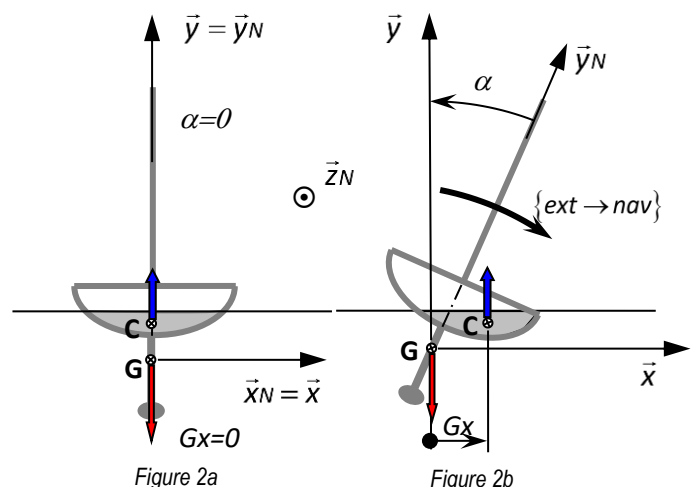
L'efficacité de la quille dépend de la masse du lest et de la longueur du voile. Ces deux paramètres présentent des limitations : le lest ne peut être trop important sous peine de solliciter dangereusement le voile de quille et la longueur de quille est limitée par le tirant d'eau maximal admissible (il faut permettre l'entrée dans les ports sans toucher le fond !).

### 1.2 Etude de la stabilité « de formes » d'un voilier doté d'une quille non pendulaire (voir figures 2a et 2b).

On considère le navire à l'arrêt et en équilibre sur un plan d'eau au repos (figure 2a). Il est soumis :

- Aux effets de pesanteur représentés par le torseur  $\begin{Bmatrix} -M.g.\vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_G$ . G désigne le centre de gravité du navire,  $M$  sa masse,  $g$  l'accélération de pesanteur et  $\vec{y}$  oriente la verticale ascendante du lieu.
- Aux actions de l'eau sur la coque ou « Poussée

d'Archimède » représentées par le torseur :  $\begin{Bmatrix} R_D.\vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_C$ . C désigne le centre de carène et  $R_D$ , exprimée en N,



l'intensité de la résultante des actions de l'eau sur la coque, qu'en construction navale on nomme « déplacement ».

**Question 1 :** Montrer que, à l'équilibre comme représenté sur la figure 2a, on a :  $R_D = M.g$

Une cause extérieure représentée par le torseur  $\{ext \rightarrow nav\}$ , comme l'effet du vent sur les voiles ou des vagues sur la coque, provoque la gîte du navire caractérisée par l'angle de gîte  $\alpha = (\vec{y}_N, \vec{y})$  (figure 2b).

Un nouvel équilibre est alors obtenu sous l'effet des deux actions mécaniques précédentes, le poids et la poussée d'Archimède, ainsi que l'action mécanique extérieure cause de gîte.

L'équation de moment en G selon  $\vec{z}$  se traduit par :  $\vec{M}(G, ext \rightarrow nav). \vec{z} + R_D.Gx = 0$

Gx désigne la longueur mesurée algébriquement selon  $\vec{x}$  entre le centre de gravité et le centre de carène.

La quantité  $R_D.Gx$  est appelée soit « Moment de redressement » s'il participe au redressement du bateau, soit « Moment de chavirage » s'il favorise le chavirage.

**Question 2 :** Compléter sur le document réponse le tableau qui précise si la quantité  $R_D.Gx$  constitue un moment de redressement ou un moment de chavirage.

Dans son avant-projet, l'architecte naval étudie cette stabilité du navire à l'aide d'outils de simulation numérique. A partir du modèle numérique des formes de la coque (exemple figure 3) et d'une répartition des masses aussi proche que possible de la répartition finale, les différentes positions d'équilibre du navire sont recherchées en fonction de l'angle de gîte. Cette étude fournit une courbe de stabilité théorique où apparaît en abscisse l'angle de gîte  $\alpha$  et en ordonnée le paramètre Gx (voir courbe de la figure R1 sur la copie).

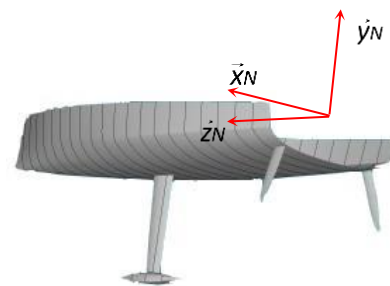


Figure 3 : Modèle numérique d'une coque de 60' IMOCA

La figure R1 donne la courbe de stabilité théorique d'un voilier à quille non pendulaire (quille fixe par rapport à la coque).

**Question 3 :** a. Expliquer pourquoi Gx suffit à caractériser le moment de redressement ou de chavirage.

b. Pour chaque point d'équilibre repéré sur la courbe par A, B, C, D, E et F, donner dans la case prévue du document-réponse le numéro de la figure représentant la position d'équilibre correspondant.

### 1.3 Intérêt d'une quille pendulaire

Une évolution récente des voiliers de course océanique a été de les doter d'une quille pendulaire (figures 6 et 7). Cette quille est en liaison pivot d'axe ( $O ; \vec{z}_N$ ) avec la coque du navire et peut être orientée d'un côté ou de l'autre du navire. Une fois l'orientation désirée obtenue, tout mouvement dans la liaison pivot est supprimé par le blocage en rotation de celle-ci. La mise en mouvement et le blocage en position de la quille sont réalisés par des chaînes d'énergie et d'information étudiées dans la suite du sujet.



Figure 6 : Voilier avec sa quille pendulaire écartée au maximum sur « bâbord »

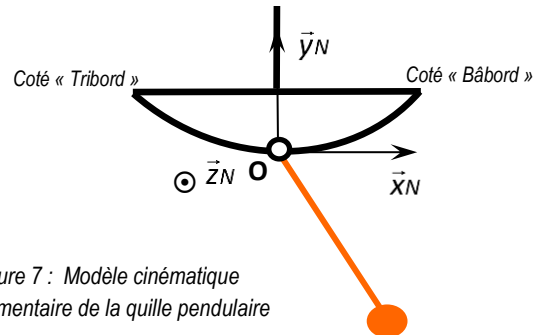


Figure 7 : Modèle cinématique élémentaire de la quille pendulaire

La figure R3 du document-réponse donne les courbes de stabilité théorique d'un voilier dont la quille pendulaire est inclinée :

- Au maximum sur « tribord » (à droite dans le sens de la marche) (courbe 1).
- D'un angle nul (courbe 2).
- 

#### Question 4 :

- Au vu de ces courbes, quels avantages procure la quille pendulaire au comportement du navire lorsqu'il gîte avec un angle  $\alpha$  positif ?**
- Dans la situation de navigation où le vent vient de tribord et où la gîte ne doit pas être trop importante malgré la grande surface de voile déployée, quelle doit être la configuration de navigation à adopter ? Répondre par un dessin équivalent à celui de la figure 7 et justifier votre choix.**

La quille pendulaire constitue un système dont la fonction principale est : « Orienter la quille ».

Parmi les moyens mis en œuvre, la chaîne de solides qui termine la chaîne d'énergie est représentée et modélisée sur le document « Annexe 1 ».

Cette chaîne est composée :

- Du berceau N encastré sur la coque du navire et dont le repère associé est  $R_N : (O ; \vec{x}_N, \vec{y}_N, \vec{z}_N)$ .
- de la quille 1 constituée du voile et du lest d'extrémité et dont le repère associé est  $R_1 : (O ; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ .
- Du vérin 2-4 constitué du piston 2 et du cylindre 4 et dont les repères associés sont respectivement  $R_2 : (A_2 ; \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  et  $R_4 : (C ; \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  (la rotation relative 2-4 ne sera pas prise en compte dans l'étude et donc les bases de  $R_2$  et  $R_4$  seront confondues).
- Du vérin 3-5 constitué du piston 3 et du cylindre 5 et dont les repères associés sont respectivement  $R_3 : (A_3 ; \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$  et  $R_5 : (B ; \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$  (la rotation relative 3-5 ne sera pas prise en compte dans l'étude et donc les bases de  $R_3$  et  $R_5$  seront confondues).
- Le paramétrage complet et la définition des liaisons entre ces solides figurent dans l'« Annexe 1 ».

**2- FONCTION : « ORIENTER LA QUILLE ». FONCTION COMPOSANTE : « ALIMENTER : DEVELOPPER UNE PUISSANCE MOTRICE SUFFISANTE »**

L'objectif est de déterminer l'effort dans le vérin utile au déplacement de la quille et de le comparer aux caractéristiques de celui installé par le constructeur.

Le modèle de calcul est celui du document « Annexe 1 » (2 pages).

Le bateau est à l'arrêt et son repère  $R_N$  est galiléen. N est le bâti.

Lors de la commande de basculement de la quille, les vérins sont alimentés de telle sorte que :  $F_{h2} > 0$  et  $F_{h3} = 0$  (voir l'« Annexe 1 »). Le vérin 2-4 est alors moteur et le vérin 3-5 est libre.

**Question 5 :** Dessiner le graphe des liaisons à partir du schéma cinématique de la figure A1.

**Question 6 :** Ajouter en couleur sur le graphe précédent les actions mécaniques extérieures.

**Question 7 :** Isoler le vérin {2,4} (avec l'huile). Faire le bilan des actions mécaniques.

**Question 8 :** Ecrire le théorème du moment statique au point A2. Montrer alors que  $\vec{R}_{N4}$  est parallèle à  $\vec{R}_{12}$  (où  $\vec{R}_{ij}$  est la résultante des actions mécaniques du solide i sur le solide j).

**Question 9 :** Isoler le solide 2. Faire le bilan des actions mécaniques. Montrer alors que  $\vec{R}_{12} = -F_{h2}\vec{x}_2$ .

Pour la suite, on retiendra que  $\vec{R}_{12} = -F_{h2}\vec{x}_2$  et  $\vec{R}_{31} = \vec{0}$

**3- FONCTION: « TRANSMETTRE L'ENERGIE MECANIQUE ». FONCTION COMPOSANTE « GUIDER LA QUILLE PAR RAPPORT A LA COQUE EN MAINTENANT LE CONTACT »**

L'objectif de cette partie est de valider la solution technologique de réalisation de la liaison pivot entre la quille et la coque.

**Hypothèses :**

- Les liaisons sont toutes parfaites.
- Seul le vérin 2-4 est moteur ( $F_{h3}=0$ ): l'action mécanique motrice est donnée par  $\{ph \rightarrow 2\} = \begin{Bmatrix} F_{h2}\vec{x}_2 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_C$ .
- Les actions hydrodynamiques sur le voile et le lest de quille sont également négligées :  $\{eau \rightarrow 1\} : \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_P$
- La variation de  $\theta_2$  pour toute l'amplitude du mouvement de relevage de la quille est faible ;  $\theta_2$  sera pris égal à 0 : les bases  $B_2$ ,  $B_4$  et  $B_N$  sont donc confondues :  $\vec{R}_{12} = -F_{h2}\vec{x}_N$  et  $\vec{R}_{32} = \vec{0}$ . Cependant l'angle  $\theta_1$  est différent de zéro.
- Les conditions de déplacement rendent négligeables les effets dynamiques. Les théorèmes de la statique seront donc utilisés dans la suite.

**Question 10 :** Isoler le solide 1. Faire le bilan des actions mécaniques. Déterminer  $F_{h2}$  en fonction de  $M1$ ,  $\theta_1$ ,  $L1$  et  $R$ .

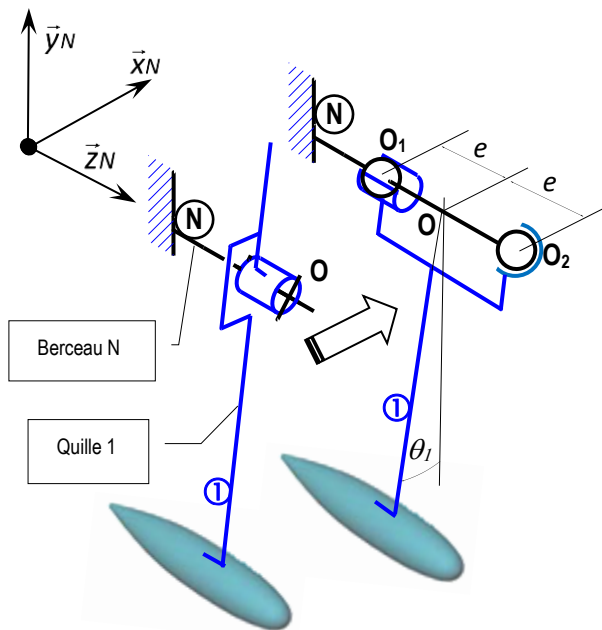


Figure 9 : composition de la liaison pivot 1/N.

$\{N \rightarrow 1\}$  sphère-cylindre.

**Question 11 :** Toujours avec le solide 1 isolé, déterminer le torseur d'action mécanique de N sur 1,  $\{N \rightarrow 1\}$  dans la liaison pivot par ses éléments de réduction en O, dans la base  $(\vec{x}_N, \vec{y}_N, \vec{z}_N)$ , en fonction de  $d, g, M_1$ , et  $F_{21}$ . La liaison pivot de N sur 1 est composée de deux paliers modélisés par une liaison sphère-cylindre et une liaison sphérique placées en parallèle (voir figure 9). Ces deux liaisons sont donc équivalentes à la liaison pivot d'axe  $(O, \vec{z}_N)$ . La géométrie de l'assemblage est telle que :  $\overrightarrow{OO_2} = e \cdot \vec{z}_N$  ;  $\overrightarrow{OO_1} = -e \cdot \vec{z}_N$  avec  $e = 350 \text{ mm}$ . Dessiner le graphe des liaisons limité aux solides 1 et N faisant apparaître les deux liaisons et indiquer en couleur l'action mécanique de 2 sur 1 et de la pesanteur sur 1. Donner la forme des torseurs  $\{N \rightarrow 1\}$  sphère-cylindre et  $\{N \rightarrow 1\}$  sphérique. Ecrire la relation liant les torseurs d'action mécanique  $\{N \rightarrow 1\}$  sphère-cylindre,  $\{N \rightarrow 1\}$  sphérique et  $\{N \rightarrow 1\}$  pivot. En déduire, par ses éléments de réduction en O1, dans la base BN :  $(\vec{x}_N, \vec{y}_N, \vec{z}_N)$ , en fonction de  $d, g, M_1$ , et  $F_{21}$ , le torseur d'action mécanique de N sur 1 en O1,

On se place dans les conditions suivantes :

- La valeur maximale de l'action  $F_{21}$  a été estimée dans l'étude précédente :  $F_{21Maxi} = 2 \cdot 10^5 \text{ N}$ .
- De plus :  $M_1 \cdot g = 4,1 \cdot 10^4 \text{ N}$ ,  $e = 350 \text{ mm}$  et  $d = 200 \text{ mm}$ .
- Les « paliers » sont constitués côté quille de contacts cylindriques de diamètre  $d_c = 80 \text{ mm}$  et de longueur  $L_c = 50 \text{ mm}$ ,  $O_1$  étant dans le plan médian du cylindre de contact. Un coussinet de nylon sert d'interface entre la quille et le navire. Ce coussinet est caractérisé par sa pression de contact maximale admissible :  $p_{adm} = 50 \text{ N/mm}^2$ .

**Question 12 :** Dans ces conditions, calculer la valeur de l'effort radial (perpendiculaire à l'axe géométrique du coussinet) qui sollicite ce coussinet en O1. Valider ensuite l'usage de ce coussinet de nylon à l'aide de l'« Annexe 3 ».

#### 4- Commande de mouvement par diagramme d'états

La commande des manœuvres de la quille s'effectue via un pupitre (voir figure 11) placé à proximité du poste de barre à partir duquel le navigateur peut demander à l'automate de réaliser :

- Le déplacement de la quille d'un bord ou de l'autre (babord ou tribord) selon une valeur de consigne.
- Des cycles préprogrammés comme celui de « virement de bord » et celui de « Relâcher ». Le cycle de virement de bord permet de placer la quille de façon symétrique à la position qu'elle occupait précédemment. Ce cycle est utilisé lorsque le navigateur change l'orientation du navire par rapport au vent lors d'un virement de bord. L'automate prend alors en charge intégralement la séquence de manœuvres de la quille, laissant le navigateur disponible pour les autres tâches.

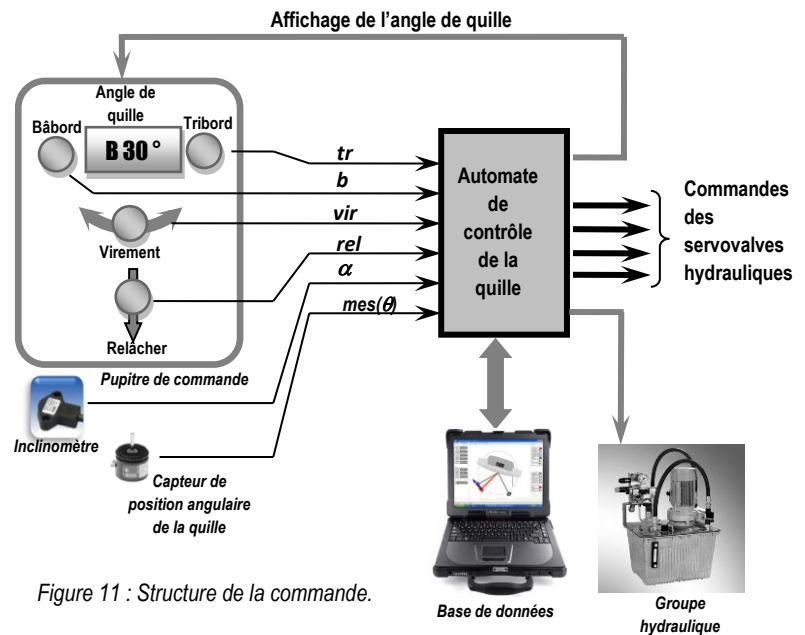


Figure 11 : Structure de la commande.

Le cycle « Relâcher » permet de déplacer la quille sous le seul effet de la pesanteur. La quille est ainsi manœuvrée sans utiliser l'énergie de la centrale hydraulique.

L'automate gère également la centrale hydraulique qui met en pression l'huile utilisée dans les vérins de manœuvre de la quille.

Deux capteurs renseignent l'automate :

- Un inclinomètre mesure l'angle de gîte du navire, information notée  $\alpha$ .
- Le capteur de position angulaire mesure l'angle d'inclinaison de la quille, grandeur notée  $mes(\theta)$ .

Le pupitre de commande est doté de quatre boutons poussoirs :

- $tr$  : Demande d'inclinaison sur tribord.
- $b$  : Demande d'inclinaison sur bâbord.

Un appui « bref » sur l'un ou l'autre de ces boutons provoque une évolution de l'angle de consigne de  $1^\circ$ , un appui « long » une évolution de  $10^\circ$ .

- $vir$  : Demande du cycle « virement de bord ».
- $rel$  : Demande du cycle « Relâcher ».

Le modèle de commande implanté dans l'automate est défini par le diagramme d'états Annexe 4.

A l'instant  $t_0$ , on est dans la situation initiale du graphe d'états et la quille est alors inclinée de  $+20^\circ$ . Le navigateur donne une série d'impulsions sur  $b$  et  $tr$  conformément au chronogramme donné sur le document réponse.

**Question 13 :** En analysant le modèle de commande, compléter le chronogramme des évolutions temporelles de la consigne angulaire  $\theta_c$  donné sur le document réponse jusqu'à l'instant  $t_3$  et donner la valeur obtenue pour  $\theta_c$ , et ce, sans se préoccuper de la façon dont la partie opérative réagit à cette consigne.

La situation de départ est la situation initiale du graphe d'états et la quille est alors inclinée de  $+40^\circ$ . Le navigateur donne la consigne de virement de bord, par un appui bref sur *vir*.

#### Question 14 :

- a- Donner la liste des états actifs présentés par le modèle de commande jusqu'au retour dans la situation identique à celle de départ.
- b- En considérant que la chaîne de commande de la quille est précise, donner la valeur angulaire que représente *mes(Théta)* en fin de ce cycle.

#### 5- RESPECT DE LA CONSIGNE ANGULAIRE DE POSITION»

#### VALIDATION DU CAHIER DES CHARGES

Afin de garantir sa répétabilité, la mise en position angulaire de la quille fait l'objet d'un contrôle par une boucle d'asservissement, dont le cahier des charges est donné ci-dessous.

Cahier des charges :

	Critères	niveau
Stabilité	C11 Marge de gain	10dB
	C12 Dépassement vis-à-vis d'une entrée en échelon	Aucun
Rapidité	C21 Temps de réponse à 5%	4s maxi
	C22 Vitesse angulaire de rotation de la quille	$8^\circ/\text{s}$ maxi
Précision	C3 Erreur statique vis-à-vis d'une entrée en échelon	nulle

La quille est manœuvrée par deux vérins hydrauliques. Chacun d'eux est piloté par une servovalve de débit. Ce composant délivre un débit  $q(t)$  proportionnel à sa tension de commande  $v(t)$ . Lors d'une manœuvre de quille un seul de ces vérins est moteur et alimenté en pression via sa servovalve. L'autre est laissé dans une configuration où sa tige est libre de tout mouvement. Le déplacement terminé, la quille est verrouillée en position par un système de blocage non étudié dans ce sujet qui interdit toute circulation de fluide entre vérins et servovalves. L'angle de rotation de la quille par rapport au bâti est mesuré par un capteur potentiométrique.

#### 4.1 Modélisation du vérin.

Lors d'un déplacement de la quille, les mouvements d'oscillation du cylindre de vérin par rapport à la coque étant de faible amplitude et s'effectuant à de faibles vitesses, on se place dans une situation où le corps de vérin est considéré comme fixe. La tige est alors considérée en mouvement de translation galiléen.

On considère également que les mouvements étudiés sont de petits mouvements autour d'une position moyenne et que l'hypothèse des conditions initiales nulles est valide. Dans ces conditions, le comportement du vérin est défini par le modèle continu ci-dessous figure 11.

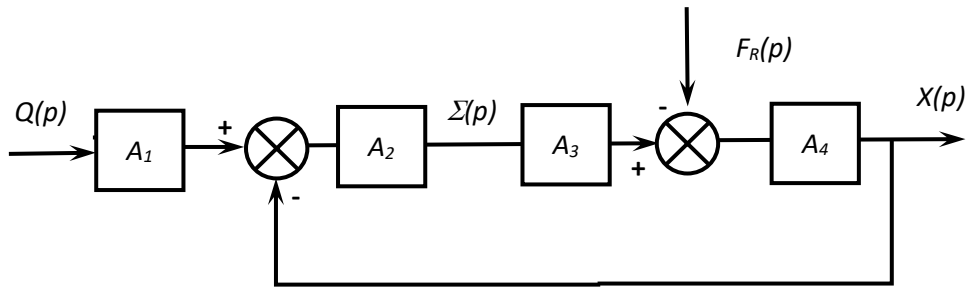


Figure 11 : Schéma-blocs du vérin.

$$(a) \dot{q}(t) = S \cdot \frac{dx(t)}{dt} + \frac{V}{2B} \cdot \frac{d\sigma(t)}{dt}$$

$$(b) M \cdot \frac{d^2x(t)}{dt^2} = S \cdot \sigma(t) - k \cdot x(t) - \lambda \cdot \frac{dx(t)}{dt} - f_R(t)$$

1 : Variable temporelle ; 2 : Transformée de Laplace correspondante.

1	Définition (unité)	2	1	Définition (unité)	2
$q(t)$	Débit d'alimentation du vérin ( $\text{m}^3.\text{s}^{-1}$ )	$Q(p)$	$f_R(t)$	Composante selon l'axe de la tige de vérin de la résultante du torseur d'inter-effort de la liaison pivot entre tige et quille. (N)	$F_R(p)$
$\sigma(t)$	Différence de pression entre les deux chambres du vérin (Pa)	$\Sigma(p)$			
$x(t)$	Position de la tige du vérin (m)	$X(p)$			
Constantes : Définitions et unités ( N.B. : toutes ces constantes sont positives)					
$S$	Section du vérin ( $\text{m}^2$ )		$M$	Masse équivalente à l'ensemble des éléments mobiles ramenée sur la tige de vérin (kg)	
$K$	Raideur mécanique du vérin ( $\text{N}.\text{m}^{-1}$ )				
$V$	Volume d'huile de référence ( $\text{m}^3$ )		$\lambda$	Coefficient de frottements visqueux ( $\text{N}.\text{m}^{-1}.\text{s}$ )	
$B$	Coefficient de compressibilité de l'huile ( $\text{N}.\text{m}^{-2}$ )				

**Question 15 :** Donner les expressions des fonctions de transfert  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  et  $A_4$  en fonction de la variable complexe  $p$  et des constantes.

Le schéma-bloc de la figure 11 peut se mettre sous la forme de la figure 12.

**Question 16 :** Donner les expressions des fonctions de transfert  $H_1$  et  $H_2$  en fonction de  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  et  $A_4$ , puis de la variable  $p$  et des constantes.

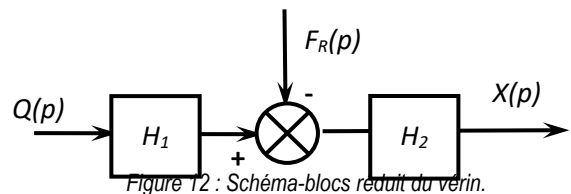


Figure 12 : Schéma-blocs réduit du vérin.



**Question 17 :** Pour ce vérin non perturbé ( $F_R=0$ ), donner sa fonction de transfert  $X(p)/Q(p)$  en fonction de la variable  $p$  et des constantes.

Le schéma d’asservissement de la position angulaire de la quille représenté figure 13 ci-dessous sera utilisé pour la suite des questions. La perturbation représentée par  $F_R(p)$  ne sera pas prise en compte.

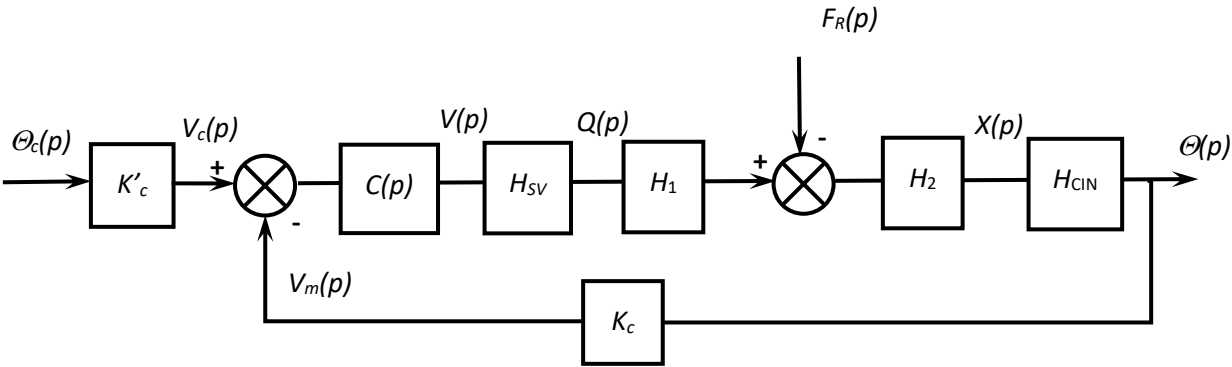


Figure 13 : Schéma-blocs de la commande complète.

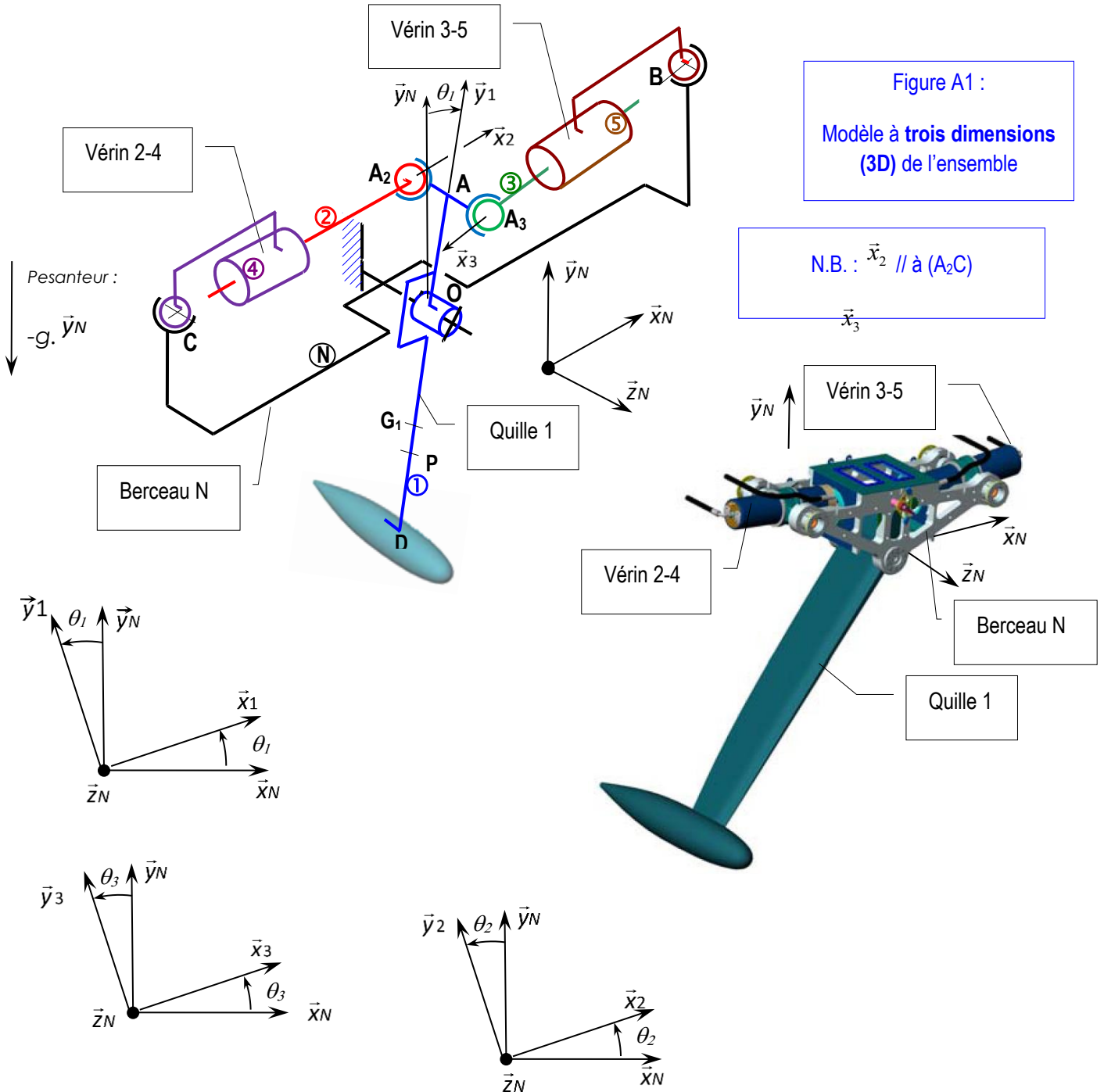
Variable temporelle	Définition (unité)	Transformée de Laplace
$\theta_c(t)$	Consigne de position angulaire (°)	$\Theta_c(p)$
$\theta(t)$	Position angulaire de la quille (°)	$\Theta(p)$
$v(t)$	Tension de commande de la servovalve (V)	$V(p)$
$v_c(t)$	Tension image de la consigne (V)	$V_c(p)$
$v_m(t)$	Tension image de la position. (V)	$V_m(p)$

Fonctions de transfert : définitions (unité)	
$K_c$	Gain du capteur angulaire potentiométrique (V/°)
$K'_c$	Gain du bloc d'adaptation réglé tel que $K'_c = K_c = 1,1 \text{ V/°}$
$C(p)$	Correcteur de position
$H_{CIN}$	Fonction de transfert de la chaîne de transformation de mouvement dont la loi d'entrée/sortie est supposée linéaire dans le domaine d'utilisation. $= K_\theta \text{ °.m}^{-1}$ <span style="float: right;"><math>H_{CIN}</math></span>
$H_{SV}$	Fonction de transfert de la servovalve

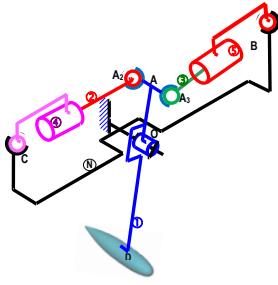
**Question 18 :** Pour cet asservissement de position angulaire, exprimer les fonctions de transfert :

- En boucle ouverte
- En boucle fermée en poursuite
- En boucle fermée en régulation.

# Quille pendulaire. Annexe 1 : Modèle cinématique et paramétrage géométrique



## Annexe 1 (suite)



### Liaisons entre solides et paramétrage

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OA} &= R \cdot \vec{y}_1 ; \overrightarrow{AA_2} = -d \cdot \vec{z}_N ; \overrightarrow{AA_3} = d \cdot \vec{z}_N ; \overrightarrow{OC} = -a \cdot \vec{x}_N + b \cdot \vec{y}_N - d \cdot \vec{z}_N ; \overrightarrow{OB} = a \cdot \vec{x}_N + b \cdot \vec{y}_N + d \cdot \vec{z}_N ; \\ \overrightarrow{DO} &= L_{t1} \cdot \vec{y}_1 ; \overrightarrow{OG1} = -L_1 \cdot \vec{y}_1 \text{ avec } R > 0, a > 0, d > 0, b > 0, L_1 > 0 \text{ et } L_{t1} > 0.\end{aligned}$$

Liaison	type	Caractéristique géométrique	Paramètre(s)	Liaison	type	Caractéristique géométrique	Paramètres
<b>N/1</b>	Pivot	Axe (O, $\vec{z}_N$ )	$\theta_1 = (\vec{x}_N, \vec{x}_1)$	<b>2/4</b>	Pivot glissant	Axe ( $A_2$ , $\vec{x}_2$ )	$\overrightarrow{CA_2} = x_{24} \cdot \vec{x}_2$
<b>N/4</b>	Sphérique	Centre C		<b>5/3</b>	Pivot glissant	Axe ( $A_3$ , $\vec{x}_3$ )	$\overrightarrow{A_3B} = x_{35} \cdot \vec{x}_3$
<b>N/5</b>	Sphérique	Centre B		<b>2/1</b>	Sphérique	Centre $A_2$	
				<b>3/1</b>	Sphérique	Centre $A_3$	

$$\overrightarrow{CA} = x_{24} \cdot \vec{x}_2 \text{ (} t \rightarrow x_{24}(t) \text{)} ; \overrightarrow{AB} = x_{35} \cdot \vec{x}_3 \text{ (} t \rightarrow x_{35}(t) \text{)}$$

### Données massiques

Solide	Masse	Centre d'inertie
<b>1</b>	$M_1$	G1 : $\overrightarrow{OG1} = -L_1 \cdot \vec{y}_1 \quad L_1 > 0$
<b>2</b>	$M_2$ <b>Négligée</b>	G2 : $\overrightarrow{AG2} = -L_2 \cdot \vec{x}_2 \quad L_2 > 0$
<b>3</b>	$M_3 = M_2$ <b>Négligée</b>	G3 : $\overrightarrow{AG3} = +L_2 \cdot \vec{x}_3 \quad L_2 > 0$
<b>4</b>	$M_4$ <b>Négligée</b>	C
<b>5</b>	$M_5 = M_4$ <b>Négligée</b>	B

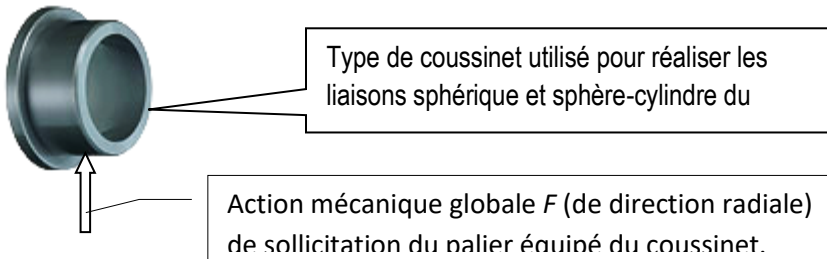
## Actions mécaniques

Actions		Origine	Torseur représentatif	Actions		Origine	Torseur représentatif
De	sur			de	sur		
Huile	2	Pression hydraulique vérin 2-4	$\{ph \rightarrow 2\} : \begin{Bmatrix} F_{h2}.\vec{X}_2 \\ \vec{O} \end{Bmatrix}_C$	Eau	1	Actions hydro-dynamiques	$\{eau \rightarrow 1\} : \begin{Bmatrix} F_p.\vec{Z}_1 + F_t.\vec{X}_1 \\ \vec{O} \end{Bmatrix}_P$ $\vec{OP} = -h.\vec{y}_1 \quad h > 0$
Huile	3	Pression hydraulique vérin 3-5	$\{ph \rightarrow 3\} : \begin{Bmatrix} -F_{h3}.\vec{X}_3 \\ \vec{O} \end{Bmatrix}_B$				

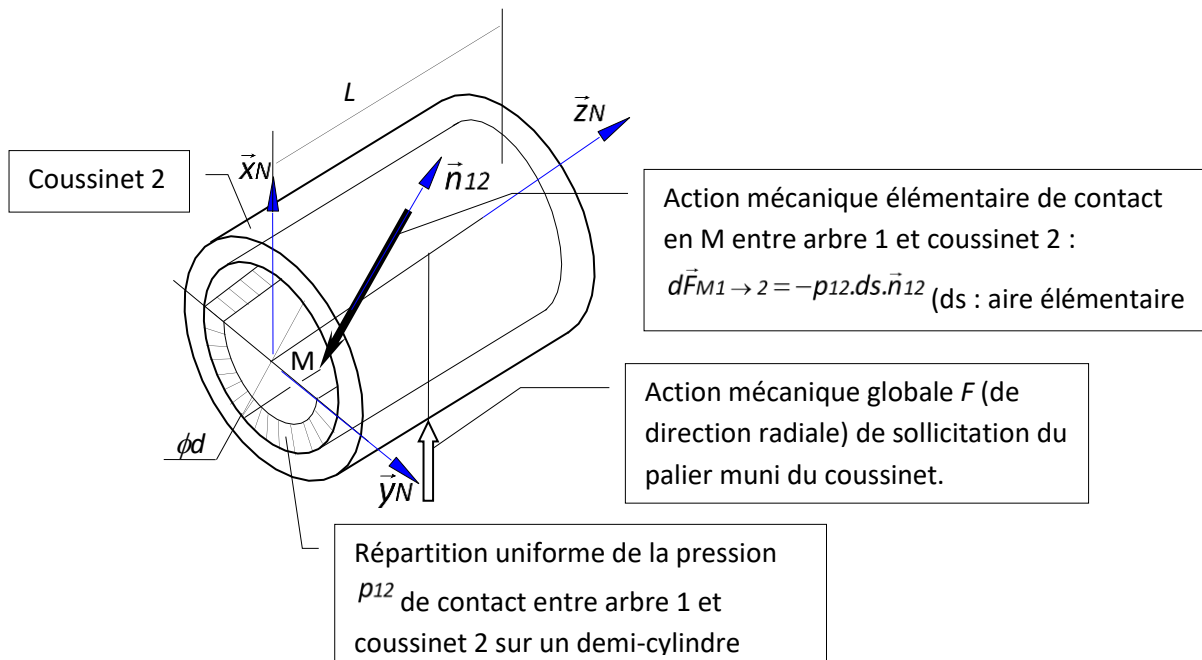
## Hypothèses complémentaires

- **Liaisons parfaites** : toutes les liaisons sont parfaites.
- **Pesanteur** : l'accélération de pesanteur est définie par :  $\vec{g} = -g.\vec{y}_N$ .

## Annexe 3 : Procédure de validation du choix d'un coussinet.



Méthode de calcul de la pression de contact supposée répartie uniformément sur le demi-cylindre intérieur du coussinet opposé à la charge radiale  $F$ .



On démontre (statique, équation de résultante en projection sur  $\vec{x}_N$ ) que :

$$\int_{M \in S_{12}} (d\vec{F}_{M1 \rightarrow 2}).\vec{x}_N = F \text{ soit } \int_{M \in S_{12}} (-p_{12}.ds.\vec{n}_{12}).\vec{x}_N = F, \text{ et enfin } p_{12}.d.L = F \text{ et donc } \boxed{p_{12} = \frac{F}{d.L}}.$$

Critère de validation :

le matériau du coussinet caractérisé par sa pression admissible  $p_{adm}$  convient si :  $\boxed{p_{12} \leq p_{adm}}$ .

# Annexe 4 : Diagramme d'états de la commande

